

Centro de Ciências Agrárias e Ambientais da UFBA
Departamento de Engenharia Agrícola

Disciplina: AGR116 – Bioestatística

Professor: Celso Luiz Borges de Oliveira

Assunto: [Estatística](#)

TEMA: Somatório

RESUMO E NOTAS DA AULA Nº 01

Seja **X** uma [variável](#) aleatória, ou seja, uma característica quantificável de uma [unidade experimental](#) ou [parcela](#). Os valores assumidos por essa variável nós denominamos *variante* ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$; em que, $i = 1, 2, \dots, N$ representa a ordem da variante).

Muitos dos processos estatísticos exigem o cálculo da soma dessas variantes, ou seja, $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$. Para simplificar a representação da operação da adição nas expressões algébricas, utiliza-se a notação Σ , letra grega sigma maiúsculo, correspondente à letra **S** no alfabeto latino.

Considerando a seguinte soma: $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$

Existe uma forma abreviada de representar esta soma, recorrendo ao símbolo Σ e pode-se representar a soma anterior por;

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N = \sum_{i=1}^N x_i$$

Que se lê: somatório de **x** índice **i**, com **i** variando de **1** até **N**, em que:

N, é a ordem da última parcela ou limite superior (LS) do somatório;

i=1, é a ordem da primeira parcela da soma ou limite inferior (LI) do somatório;

i, é o índice que está indexando os valores da variável **X** (outras letras que não intervenham na soma, como **j, k, l** podem ser utilizadas).

Exemplo:

Sendo **X** = variável altura de plantas de milho, em (m)

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N$, e assumindo que os valores dos [dados](#) de **X** são:

$$1,5 + 1,8 + 1,6 + \dots + 2,1 = N \quad \text{então, } \sum_{i=1}^N x_i$$

N = nº de unidades da [população](#)

n = nº de unidades da [amostra](#)

Propriedades dos Somatório

As propriedades facilitam o desenvolvimento das expressões algébricas com a notação do somatório. O objetivo é desenvolver as expressões até chegar às somas simples e/ou somas de quadrados.

1ª Propriedade:

O somatório de uma constante k é igual ao produto do número de termos pela constante.

$$\sum_{i=1}^n k_i = k_1 + k_2 + \dots + k_n = nk$$

2ª Propriedade:

O somatório do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante pelo somatório da variável.

$$\sum_{i=1}^n kx_i = k \sum_{i=1}^n x_i$$

Demonstrando:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n kx_i &= k x_1 + k x_2 + \dots + k x_n \\ &= k (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \\ &= k \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

3ª Propriedade:

O somatório de um polinômio é o somatório de cada termo do polinômio, ou o somatório de uma soma ou subtração é igual à soma ou subtração dos somatórios dessas variáveis.

Sem perda de generalidade, para três variáveis X , Y e W , têm-se:

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i - w_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n w_i \quad (\text{propriedade distributiva})$$

Demonstrando:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i + y_i - w_i) &= (x_1 + y_1 - w_1) + (x_2 + y_2 - w_2) + \dots + (x_n + y_n - w_n) \\ &= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (y_1 + y_2 + \dots + y_n) - (w_1 + w_2 + \dots + w_n) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n w_i \end{aligned}$$

Número de termos (parcelas) do Somatório (NT)

O número de termos ou parcelas de um somatório (NT) pode ser obtido por:

$$NT = (LS - LI) + 1$$

Se o somatório está sujeito a r restrições, basta fazer:

$$NT = (LS - LI) + 1 - r$$

Exemplos: Obter o número de termos para os seguintes somatórios:

$$\sum_{i=3}^8 x_i, \text{ NT} = (8 - 3) + 1 = 6$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ k=9,11}}^{15} x_i, \text{ NT} = (15 - 1) + 1 - 2 = 13$$

Principais representações do Somatório

- 1) $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$, soma simples
- 2) $\sum_{i=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$, soma dos quadrados (SQ)
- 3) $\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^2$, quadrado da soma
- 4) $\sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$, soma dos produtos
- 5) $\sum_{i=1}^n x_i \sum_{j=1}^m y_j = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \cdot (y_1 + y_2 + \dots + y_m)$, produto das somas

Exercícios Propostos

1. Utilizando o símbolo de somatório, represente as seguintes somas

- (a) $z_1 + z_2 + \dots + z_{27}$
- (b) $x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_{10}y_{10}$
- (c) $(a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) + \dots + (a_{15} - b_{15})$
- (d) $3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$
- (e) $b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4$
- (f) $1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \dots + 25^{25}$

2. Calcule utilizando as propriedades do Somatório

- (a) $\sum_{i=0}^{50} (3 + i)$
- (b) $\sum_{k=0}^{10} (5 + 4k)$
- (c) $\sum_{k=1}^n [(2k + 1)^2 - (2k)^2]$
- (d) $\sum_{k=1}^n ((5k + 1)^2 - (5k - 1)^2)$
- (e) $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{5^k} - \frac{1}{5^{k+1}} \right)$
- (f) $\sum_{i=1}^n \left(\frac{i+1}{2i-1} - \frac{i+2}{2i+1} \right)$.

3. Considere as variáveis X e Y que representam, respectivamente, os pesos de dois grupos de seis animais.

$$X = \{90, 95, 97, 98, 100, 60\}$$

$$Y = \{60, 70, 80, 60, 90, 75\}$$

Calcule:

a) $\sum_{i=1}^6 x_i =$

b) $\sum_{i=1}^{6n} x_i^2 =$

c) $\left(\sum_{i=1}^6 x_i \right)^2 =$

d) $\sum_{i=1}^6 x_i y_i =$

e) $\sum_{i=1}^6 x_i \sum_{j=1}^6 y_j =$

Soluções

1. (a) $\sum_{i=1}^{27} z_i$
(b) $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$
(c) $\sum_{i=2}^{15} (a_i - b_i)$
(d) $\sum_{i=3}^{10} i^3$
(e) $\sum_{i=0}^4 b_i x^i$
(f) $\sum_{i=1}^{25} i^i$

2.

- (a) 1428
(b) 275
(c) $2n^2 + 3n$
(d) $10(n^2 + n)$
(e) $(5^n - 1)/5^{n+1}$
(f) $3n/(2n + 1)$

3. a) 540 b) 49738 c) 291600 d) 39190 e) 234900

GLOSSÁRIO

Amostra - parte reduzida da população a dimensões menores, sem perda das características essenciais. Representada pela letra **n**.

Dados - são informações obtidas, seja com base nos elementos que constituem a população ou a amostra.

Estatística - é uma parte da Matemática Aplicada que fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para utilização dos mesmos na tomada de decisões; conjunto de métodos especialmente apropriados ao tratamento de dados numéricos afetados por multiplicidade de causas..

Parcela - ou, unidade experimental, é o local onde se coleta ou observa os dados a serem utilizados em determinado estudo.

População - é conjunto de todos os elementos aos quais estão associadas determinadas características que se gostaria de identificar, conhecer ou mensurar. Representada pela letra **N**.

Variável - é, convencionalmente, o conjunto de resultados possíveis de um fenômeno; qualquer característica quantificável em uma unidade experimental. Representada pelas letras **W, X, Y, Z**.
Uma variável pode ser: Qualitativa (Nominal e Ordinal) ou Quantitativa (Contínua ou Discreta).

Variável Qualitativa – apresenta como possível resultado uma qualidade ou atributo (categoria) do elemento pesquisa; pode ser distribuída em determinado número de categorias mutuamente exclusivas. Ex: sexo (masculino e feminino), educação (1º grau, 2º grau, superior), etc.

Variável Qualitativa Nominal – não existe nenhuma ordenação nos possíveis resultados. Refere-se apenas a nome (local ou região de procedência, naturalidade, etc.)
Ex: a pesquisa socioeconômica entre moradores da cidade “A”.

Variável Qualitativa Ordinal – existe certa ordem ou série nos possíveis resultados. Ex: nível educacional=1º grau, 2º grau, superior; Classe social = A, B, C, etc.

Variável Quantitativa – quando é mensurável, isto é, quando é expressa numericamente. Ex: idade, peso, altura, etc.

Variável Quantitativa Contínua – é aquela que pode assumir teoricamente, qualquer valor entre dois limites. Ex: rendimento de uma cultura, pois pode assumir valores inteiros, 60 t/ha, como valores contínuos, 60,7 t/ha, 60,8 t/ha, 60,9 t/ha.

Variável Quantitativa Discreta ou Descontínua – quando a variável só pode assumir valores pertencentes a conjuntos enumeráveis. Ex: nº de frutos por planta.

Variante - valores assumidos pela variável.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Barbetta, P. A. *Estatística Aplicada às Ciências Sociais*. Florianópolis. 3ª ed. Editora DA UFSC. 1999.284p.

Costa, J. A. *Notas e Resumos de aulas da disciplina AGR116-Bioestatística*. DEA/AGRUFBA.

Costa, S. F. *Introdução Ilustrada à Estatística*. São Paulo. 3ª ed. Editora Harbra Ltda. 1998. 313p.

Costa Neto, P. L. de O. *Estatística*. Ltda. São Paulo 17ª. ed. Editora Edgard Blücher. 1999. 264p.

Regazzi, A. J. *Curso de Iniciação Estatística: Roteiro de Aulas*. Viçosa. DPI/UFV. 1997. 138p.

Santos, J. W. dos; Gheyi, H. R. (Eds.) *Estatística Experimental Aplicada*. Campina grande: Editora Gráfica Marcone Ltda, 2003. 213p. Tópicos de Engenharia Agrícola e Agronômica.

Wonnacott, R. J. e Wonnacott, T. H. *Fundamentos de Estatística*; tradução de Alfredo Alves de Farias. Rio de Janeiro. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985. 357p.